



MTA KFKI Részecske- és Magfizikai Kutatóintézet
Elméleti Fizikai Főosztály

Kiterjedt térelméleti megoldások és perturbációik

DOKTORI ÉRTEKEZÉS TÉZISEI

Írta: Lukács Árpád László

Témavezető: Dr. Forgács Péter tudományos tanácsadó

MTA KFKI Részecske és Magfizikai Kutatóintézet

Budapest, 2010.



Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Kiterjedt térelméleti megoldások és perturbációik

Doktori értekezés tézisei,

Írta: Lukács Árpád László

2010.

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Fizika Doktori Iskola

Iskolavezető: Dr. Horváth Zsolt egyetemi tanár

Részecskefizika és Csillagászat Doktori Program

Programvezető: Dr. Csikor Ferenc egyetemi tanár

Témavezető: Dr. Forgács Péter tud. tanácsadó

Az értekezés az MTA KFKI Részecske-

és Magfizikai Kutatóintézet

Elméleti Fizikai Főosztályán készült.

1. Bevezetés

Az Univerzum a kozmológia ma elfogadott elmélete szerint forró, nagy sűrűségű állapotban jött létre, majd tágulni és hűlni kezdett. A részecskefizikai elméletek szerint a magas hőmérsékleten fennálló szimmetriák egy része alacsonyabb energián spontán sérül. Ennek megfelelően az Univerzumnak kezdeti korszakában fázisátalakulások sorozatán kellett átmennie.

A nagy egyesítés szimmetriái kb. 10^{15} GeV energiakálán, az elektrogyenge szimmetria kb. 250 GeV-en sérül, így az Univerzumnak fázisátalakuláson kellett keresztülmennie kb. 10^{-36} és 10^{-12} s-os korában. A kettő között, kb. 10^{-36} és 10^{-32} s között zajlik le az infláció.

A spontán szimmetriasértő elméletek némelyike kiterjedt megoldásokkal rendelkezik. A fázisátalakulások során a Kibble–Zurek–mechanizmussal, az ezen megoldások által leírt objektumok, ún. defektek (húrok, doménfalak, monopólusok) létrejötte várható. Ezen defektek közül a kozmológiai következményeik szempontjából talán a legfontosabbak a kozmikus húrok. A kozmikus húrok hálózata létrejötte után dinamikusán fejlődik. A húrhalózat viselkedésének lényeges szerepe lehet a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációinak kialakításában és a struktúráképződésben (azaz a galaxisok, klaszterek, valamint az Univerzum nagyléptékű szerkezetének, voidoknak és filamentumoknak, a kialakításához szükséges kezdeti perturbációk létrehozásában).

A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás hőmérsékleti fluktuációit vizsgálva, szimulált húrhalózatok járulékát hozzávéve az egyéb fluktuációkhoz, a legfrissebb eredmények (Hindmarsh, 2008) szerint a kozmikus húrok létezését feltételezve kapjuk a legjobb egyezést a mért eredményekkel. Ekkor $G\mu = (2.04 \pm 0.13) \times 10^{-6}$ a húr feszültség (ami nagyjából GUT-skálás húrok esetén várható); a húrok járuléka a teljes inhomogenitás spektrumhoz (a tizedik multipólkomponensnél mérve) $f_{10} = 0.11 \pm 0.05$.

Kozmikus húrok keletkezését több nagy egyesített modell is mutatja, illetve a szuperhúr-elmélet is jósol a kozmikus húrokhoz hasonló konfigurációkat (kozmikus szuperhúr, D-húr). Hasonlóképpen, bizonyos szuperszimmetrikus elméletekben, és a sötét anyag egyes térelméleti modelljeiben is vannak húrok. A GUT-skálánál jóval alacsonyabb energiakálán, az elektrogyenge elméletben szintén léteznek húrok (azonban az eddig ismert megoldások instabilnak bizonyultak).

A kozmikus húrokhoz matematikailag rendkívül hasonló megoldások a kondenzált anyagok fizikájában is lényeges szerepet játszanak. A húrok és a szuperfolyadékok örvényfonalai, valamint a másodfajú szupravezetők Abrikosov-vortexei között szoros analógia áll fenn. Ezen analógiák szerepe igen lényeges, hiszen segítségükkel a kozmológiára alkalmazott elméletek jóslatai laboratóriumi körülmények között vizsgálhatók.

A jelen dolgozatban vizsgált kiterjedt objektumok klasszikus térelméleti megoldásokkal írhatók le. Ennek ellenére jelentőségük a kvantumtérelméletben is megmarad, a vákuum feletti fluktuációk mellett egy-egy klasszikus megoldás felettiek is kvantálhatók. Ily módon a klasszikus megoldás egy szemiklasszikus közelítés nulladrendjének tekinthető. A kozmológiában jelentős objektumok leírása esetén ez a klasszikus leírás rendszerint önmagában elegendő.

A legegyszerűbb, egydimenziós kiterjedt objektum, a kink (mely diszkréten degenerált vákuumértékek interpolál, energiája az átmenetnél lokalizált), részecskeszerűen viselkedik, tömegközéppontjának dinamikája jó közelítéssel a Newton-féle mozgásegyenletnek megfelelő. Szintén igen fontos, és jól ismert probléma a nemrelativisztikus hidrodinamikában az örvények dinamikája. A kétdimenziós esetben (mely pl. forgó szuperfolyadékokban kialakuló, párhuzamos örvényfonalaknak felel meg) a vortexek mozgása egyszerű mozgásegyenlettel írható le, impulzusuk azonban nem a szokásos newtoni alakú, az örvények helyét, és nem annak időderiváltját tartalmazza, így a dinamika elsőrendű.

2. A munka célkitűzései

Munkám során az alábbi, a kiterjedt térelméleti megoldások dinamikájával kapcsolatos problémákat kívántam megvizsgálni:

1. A kink megoldások sugárzással való kölcsönhatásának a leírása. A kitűzött cél a szórt sugárzás vezető rendű meghatározása, és a sugárzással kölcsönható kink mozgásának leírása.
2. A legegyszerűbb húrmodellben, a spontán sértett globális $U(1)$ -szimmetriájú relativisztikus skalárelméletben (Goldstone-modell) fellépő globális vortexek szórásproblémájának vizsgálata, a húrra ható erő számítása.
3. Az elektromágneses elmélet szemilokális limeszeként is megkapható modellben, az $SU(2)$ -szimmetrikus kiterjesztett ábeli Higgs-modellben Forgács, Reuillon és Volkov által megadott, csavart megoldások stabilitásvizsgálata.
4. Mivel a részecskefizikai elméletekben a spontán szimmetriasértésért felelős skalármező általában többkomponensű, az analóg modellek szempontjából lényeges lehet, hogy egy többkomponensű rendparamétert tartalmazó Ginzburg–Landau-elméletnek milyen húrjai vannak. Itt célom a legáltalánosabb, hengersizmetrikus húrmegoldással rendelkező kétkomponensű Higgs-mezőt tartalmazó ábeli modell felírása, és az elmélet húrjainak vizsgálata volt.

3. Alkalmazott módszerek

A kitűzött feladatok a klasszikus térelméletek problémakörébe tartoznak. A vizsgált lokalizált megoldások létében azonban a nemlinearitásnak lényeges szerepe van, ugyanakkor a nemlinearitás miatt az egyenletek egzakt megoldására kicsi a remény. Ennek megfelelően, a különböző feladatok megoldása során közelítő módszereket alkalmaztam.

A kink-sugárzás kölcsönhatás vizsgálatában a téregyenletek megoldásának a kink körüli, a beeső hullám amplitúdójában való sorfejtését vizsgáltam. Az első néhány rendben igazoltam, hogy a deformációs effektusokat elhanyagolva, a kink nullahelye a Newton-féle mozgásegyenletnek megfelelően mozog, így a probléma megoldásához a kinkre ható erő meghatározása szükséges. A kinkre ható erő meghatározható a kinket egy dobozba zárva, a doboz határainál kiértékelt impulzusmérleg segítségével.

A vortex-sugárzás kölcsönhatása során sem a vortexmegoldás, sem a szórt hullám alakja nem adható meg zárt alakban. Megfelelő ansatz segítségével a probléma a radiális függvény kiszámítására vezethető vissza, így közönséges differenciálegyenletre vonatkozó peremértékproblémát oldottam meg numerikusan, illesztési pontos belövéses módszer, illetve spektrálmódszer (COLSYS programcsomag) segítségével. A szórt hullámot parciális hullámok összegeként kerestem, az egyes parciális hullámok radiális függvényeit a belövéses módszerrel határoztam meg. A vortexre ható erőt ezután ismét az impulzusmérlegnek a hullámnzónában történő kiértékelésével határoztam meg.

A csavart hurok stabilitási problémája során ismét alkalmaztam a perturbációs függvények parciális hullámok szerinti kifejtését és az egyes módusok radiális egyenletének numerikus megoldását. Ezen kívül megadtam a csavart huroknak a beágyazott ANO-húrokkal való bifurkációjának egy többskálás közelítésen alapuló, szemianalitikus leírását. Ennek segítségével megmutattam, hogy a csavart hurok perturbációs problémája a beágyazott huroknak egy deformációja, mely a bifurkáció közelében perturbációszámítás segítségével vizsgálható.

A nem $SU(2)$ -szimmetrikus kétkomponensű elméletek vortexeit szintén a már említett numerikus módszerekkel határoztam meg.

4. Tézisek

1. A kink és a sugárzás kölcsönhatását perturbatívan, a beeső sugárzás amplitúdójában kifejtve vizsgálva kiderült, hogy mind a ϕ^4 -modell, mind a sine-Gordon-egyenlet kinkjén a sugárzás lineáris rendben visszaverődés nélkül áthalad. Ennek megfelelően a szokásos sugárzási nyomásnak megfelelő, a beeső sugárzás amplitúdójában kvadratikusan rendű erőjárulék

eltűnik.

A nemlinearitások miatt létrejövő magasabb rendű szórt hullámok jelenléte miatt fellépő, negyedrendű erőjárulékot meghatározva az tapasztalható, hogy a Goldstone–modell esetében ez az erőjárulék a szokásos sugárzási nyomással ellentétben a sugárzás forrása felé hat, a kinkre ható sugárzási nyomás negatív. A jelenség magyarázata, hogy a nemlinearitások miatt megjelenő, magasabb frekvenciás sugárzás a kink mögött impulzustöbbletet okoz. A sine–Gordon-egyenlet esetében a sugárzási nyomás valamennyi rendben zérus.

2. Az effektus a ϕ^4 -modell kis perturbációira nézve stabil. Ugyan a potenciál kis megváltoztatásának hatására már általános esetben fellép a hagyományos sugárzási nyomás, azonban ha a sugárzás amplitúdója egy kritikus érték felett van, akkor a negatív sugárzási nyomásnak megfelelő járulék dominál. Ennek a „strukturális stabilitásnak” a jelentőségét az adja, hogy a vizsgált elméletek a legtöbb esetben effektív modellként kerülnek alkalmazásra, így eltérések szükségyszerűen fellépnek.
 3. Megvizsgáltam a relativisztikus Goldstone–modell vortexének a szórásproblémáját. Az erő vezető rendje itt kvadratikus, azonban a modell tömeges módusának a szórása során szintén a sugárzás forrása felé hat. A kink esetével ellentétben az effektus kvadratikus rendű, a vortex mögött megjelenő impulzustöbbletet itt nem a nemlinearitások okozzák, hanem a szórás többszörös volta, a tömeges módusnak a modell Goldstone-módusába való szórása.
 4. A mozgásegyenletek linearizálásával megmutattam, hogy az $SU(2)$ -szimmetrikus kiterjesztett ábeli Higgs–modellben a csavart vortexek instabilak, negatív sajátértékhez tartozó, időben növekvő módusokkal rendelkeznek, melyek egy paraméterrel, a húr hosszanti irányába eső hullámszámukkal paraméterezhetők, a sajátérték a hullámszám egy $[-k_m, k_m]$ tartományában negatív, ahol a k_m hullámszám a modell β paraméterétől (a skalár- és vektortömeg arányának négyzete), és a húr csavarásától függ.
- A csavart hurok egy adott, a modell β paraméterétől függő ω_b csavarásértéknél a beágyazott Abrikoszov–Nielsen–Olesen-húrokkal bifurkálnak, energiájuk a beágyazott hurokénál kisebb. A $\beta \rightarrow \infty$ határesetben a csavarás ω_b bifurkációhoz tartozó értéke a végtelenhez tart. Így a $\beta \rightarrow \infty$ határeset vizsgálatával a bifurkációtól távoli vortexek vizsgálhatók, mely egyébként numerikusan rendkívül nehéz feladat. A $\beta \rightarrow \infty$ esetben is a többihez hasonló eredményeket kaptam.
5. A csavart huroknak, a csavarás ω_b értéknél a beágyazott Abrikoszov–Nielsen–Olesen-húrokkal való bifurkációjának megadtam egy többszörös közelítésen alapuló, szemianalitikus leírását. Ennek segítségével megmutattam, hogy a csavart hurok perturbációs problémája

a beágyazott húrokénak deformációja. Ennek segítségével megadtam a perturbációs problémának is egy perturbációs számításon alapuló, szemianalitikus megoldását. Ezeket az eredményeket felhasználtam az instabilitás természetének további vizsgálatára. Megállapítottam, hogy a bifurkáció közelében a húr tágulása, egyébként pedig a lokális megvastagodása energiacsökkentő. Ez alapján valószínűsíthető, hogy a csavart hurok kezdetben a beágyazott hurokhoz hasonlóan tágulnak. A hosszú idejű dinamika és az aszimptotikus állapot azonban különbözhet, a sugárzási effektusok ennek kialakításában lényeges szerepet kaphatnak.

6. Megvizsgáltam az ábeli Higgs-modell legáltalánosabb olyan, kétkomponensű kiterjesztését, amely megenged hengerszimmetrikus csavart hurokat. Ebben a modellben a spontán szimmetriasértés kétféle lehet aszerint, hogy a skalármező egy (1VEV) vagy mindkét komponense (2VEV) nemnulla vákuum-várhatóértékkel rendelkezik-e. Megállapítottam, hogy csavart vortexek az 1VEV esetben léteznek. Ebben az esetben gyakran létezik a csavart vortexeknek egy feltehetően stabil, legalacsonyabb energiás határeset, a beágyazott ANO-vortexekkel együtt, azoknál lényegesen alacsonyabb energiával.

5. Következtetések

A kiterjedt térelméleti megoldásoknak a sugárzással való kölcsönhatása érdekes jelenségeket tartogat. Egy ilyen a „negatív sugárzási nyomás”, amikor a kiterjedt megoldásra nem a szokásos sugárzási nyomásnak megfelelő, a sugárzás forrásának irányával ellentétes erő hat, hanem a sugárzás éppen a forrás felé húzza a kiterjedt objektumot.

Ez az effektus, bár némiképp eltérő magyarázattal, de a kink és a globális vortex esetén is fellép. A kettő közül a második eset tűnik általánosabbnak, hiszen ekkor nem szükséges, hogy az objektum perturbációit leíró egyenlet szórásproblémája visszaverődésmentes legyen, hanem gyakran elegendő az, hogy tömeges és tömegtelen módusa is legyen az elméletnek, és kis szögekre erősen szóródjon a tömeges módus a tömegtelenbe.

A csavart szemilokális hurokról megállapítottam, hogy instabil módusokkal rendelkeznek. Az instabil módusok egyparaméteres családot alkotnak minden húrra, paraméterük a húr hosszanti irányában mért hullámszámuk, $k \in [-k_m, k_m]$, ahol a maximális hullámszám az elmélet β paraméterének és a húr ω csavarásának a függvénye.

A nem $SU(2)$ -szimmetrikus, kétkomponensű Higgs-modellben a hurok fizikája még érdekesebb, mint a szimmetrikusban. Itt megmutattam, hogy gyakran zéruscsavarású kétkomponensű hurok és egykomponensű beágyazott ANO-hurok együtt léteznek. Ilyenkor az előbbi, új típusú hurok energiája lényegesen alacsonyabb, feltehetőleg stabilak.

6. Publikációk

6.1. A tézispontokhoz kapcsolódó publikációk

1. Forgács, Lukács és Romańczukiewicz: *Negative radiation pressure exerted on kinks*, Phys. Rev. **D77** 125012 (2008)
2. Forgács és Lukács: *Instabilities of Twisted Strings*, JHEP **0912**:064 (2009)
3. Forgács és Lukács: *Vortices in the non $SU(2)$ symmetric two component Abelian Higgs model*, előkészületben

6.2. Egyéb közlemények

1. Perjés és Lukács: Canonical Quantization and Black Hole Perturbations a *Fundamental Interactions and twistor-like methods - XIXth Max Born Symposium* c. kötetben (Jerzy Lukierski és Dmitri Sorokin szerk., nem referált), AIP Conference Proceedings sorozat, 2005
2. Czinner, Vasúth, Lukács és Perjés: *Covariant Linear Perturbations in a Concordance Model*, International Journal of Modern Physics **A20**, 5671.oldal (2005 szeptember 20.)
3. Czinner, Vasúth és Lukács: *An Analytic Approach to the Late ISW Effect in a Λ Dominated Universe*, International Journal of Modern Physics **A20**, p.7233 (2005 december 10.)
4. Fodor, Forgács, Horváth és Lukács: *Small amplitude quasi-breathers and oscillons*, Phys. Rev. **D78** 025003 (2008)

6.3. Ismeretterjesztő cikkek

1. Lukács: *Párolgó fekete lyukak a laborban*, TéTéKás Nyúz, **XXXIII** 17 (2006).

6.4. Előadások

1. *Kvázinormál-módusok*, a Mérések és a gravitáció Einstein-féle elmélete - 2006. aug 28. - szept. 1., Gyöngyöstarján ELFT nyári iskolán
2. *Negatív sugárzási nyomás nemlineáris térelméleti modellekben*, KFKI EFTO szeminárium, 2007. február 26.
3. *Lehet-e a kinkre ható sugárzási nyomás negatív?*, ELTE Részecskefizikai Szeminárium, 2007. április 25.

4. *Csavart vortexek stabilitásvizsgálata*, ELTE Részecskefizikai Szeminárium, 2008. május 28.
5. *Vortex – radiation interactions in ϕ^2 theory*, Strong interactions in QFT, Fürstenfeld, Auszt-
ria, 2009. április 15–17.
6. *Twisted vortices without $SU(2)$* , 4th Austrian-Croatian-Hungarian Meeting, Quantum Fields
and Quark Matter, Rab, Horvátország, 2009 aug. 30. – szept. 4.